УДК 332

АЛГОРИТМЫ ОПТИМИЗАЦИИ ЦЕНООБРАЗОВАНИЯ И ОБЪЕМОВ ТОВАРНЫХ ЗАПАСОВ КАК СРЕДСТВО ПОВЫШЕНИЯ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ХОЗЯЙСТВУЮЩИХ СУБЪЕКТОВ РЕГИОНОВ

С.Л. Чернышев[1], А.А. Спиридонов[2], А.Д. Иванов[3]
[1] Российский государственный технологический университет имени К.Э. Циолковского
[2] Тульский государственный педагогический университет им. Л. Н. Толстого
[3] Институт региональных экономических исследований

Рассмотрены алгоритмы оптимизации ценообразования и объемов товарных запасов как средство повышения экономической эффективности деятельности хозяйствующих субъектов. Показано, что между себестоимостью товара, его ценой и распределениями вероятностей числа продаж и прибыли от продаж существуют определенные взаимосвязи.

Ключевые слова: *ценообразование, экономическая эффективность, себестоимость, цена товара, распределение вероятностей, прибыль, алгоритм оптимизации.*

PRICING AND SHELF INVENTORY CAPACITY OPTIMIZATION ALGORITHMS AS MEANS OF ECONOMIC EFFICIENCY ENHANCEMENT OF THE ACTIVITIES OF ECONOMIC ENTITIES IN REGIONS

S.L. Chernyshev[1], A.A. Spiridonov[2], A.D. Ivanov[3]
[1] Russian state Technological University named after K.E. Tsiolkovsky
[2] Tula State Pedagogical University named after L. N. Tolstoy
[3] Institute for Regional Economic Research

We considered the pricing and the shelf inventory capacity optimization algorithms as means of economic efficiency enhancement of the activities of economic entities. It is revealed that there are certain correlations between product costs, it's price and probability distribution of sales numbers and profit.

Keywords: *pricing, economic efficiency, costs, product price, probability distribution, profit, optimization algorithm.*
DOI : 10.52531/1682-1696-2021-21-2-73-78

ВВЕДЕНИЕ

Плановая экономика имеет как свои преимущества, так и недостатки, которые могут быть следствием недостаточной методологической проработки отдельных составляющих общего процесса планирования. К таковым можно отнести проблемы связанные с товарным перепроизводством и, как следствие, изъятию из оборота значительных материальных и финансовых ресурсов. В отличии от рынка, где происходит саморегуляция спросом, при планировании роль спроса должна замещаться алгоритмами определения объемов производства товара и ценообразования. Формирование подобного рода алгоритмов, задача не тривиальная и требует учета значительного количества параметров, влияющих в той или иной степени на конечные результаты и, если с точки зрения разработки математического аппарата, разрешимая, то по существующему в конкретных условиях уровню представлений о процессах самоорганизации трудно осуществимая. По мнению авторов, этот фактор мог быть одной из причин возникновения подобного рода недостатков применяемой ранее системы планирования. Это касалось как общехозяйственного уровня планирования, но особенно критичным становилось для регионального и местных уровней, где и происходило накопление так называемых сверхнормативных запасов.

Современное состояние рыночных отношений и рыночных механизмов, где к действующим процессам производства и саморегуляции добавляются процессы управления спросом с использованием современных средств массовой информации, социальных сетей и многократно возросших возможностей вычислительной и коммуникационной техники, выдвигает на повестку дня необходимость создания математического аппарата на основе которого станет возможным совершенствовать процессы управления производства и распределения материальных ценностей, где основным критерием будет эффективность. Математические инструменты, способные предлагать оптимальные решения по широкому перечню параметров, в том числе прогнозу объемов выпускаемой продукции и определению оптимальных ценовых коридоров, актуальны как для субъектов всех уровней бизнеса, так и для прогнозирования показателей социально-экономического развития регионов. Необходимость совершенствования подобных алгоритмов определяется развивающимися процессами внедрения интеллектуальных систем в различные сферы социально-экономической деятельности.

В настоящей работе принята попытка разработки алгоритма оптимизации одного из процессов, а именно определения объемно-ценового оптимума хозяйствующего субъекта, как основы региональной экономической системы.

СОДЕРЖАНИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ И ЕГО РЕЗУЛЬТАТЫ

Прибыль предприятия, занимающегося реализацией определенных товаров зависит от множества факторов. Достижение максимальной прибыли от продаж определенного товара в значительной степени зависит от рациональных решений по объемам закупок или производства данного товара, а также установления розничной цены. Для анализа эффективности операционной деятельности фирмы и выработки ее производственной стратегии используется ряд показателей: себестоимость, цена товара, удельная прибыль, норма прибыли [1, 6]. Удельные издержки (или себестоимость продукции) включают в себя все издержки, связанные с закупкой или производством и реализацией единицы продукции. Цена товара – рыночная стоимость единицы продукции. Удельная прибыль – это разность между ценой и себестоимостью. Универсальным показателем эффективности, имеющим не только микроэкономическое, но и макроэкономическое значение, является норма прибыли, определяемая отношением удельной прибыли к себестоимости [6].

Подходы к определению оптимальных величин, определяющих прибыль от продаж, существенно различаются в зависимости от предполагаемых свойств исследуемых величин, рассматриваемых как случайные или детерминированные величины. Различные методы решения задач экономики и управления в условиях детерминированных исследуемых величин рассмотрены [8, 4]. Оптимальную розничную цену в [5] предлагается искать как решение следующей оптимизационной задачи (Ц-С)N(Ц)→max (по Ц), где Ц – цена товара; С – себестоимость товара; N(Ц) – некоторая оценка функции спроса. При этом функцию спроса предлагается определять экспертным способом. Например, исходя из ответов опрашиваемых, можно определить пары значений $(Ц_i,N_i)$, $Ц_i$ – цены; N_i – количество продаж; $i = 1, 2, 3, ..., k$. Пары $(Ц_i,N_i)$ дают табличное представление функции спроса [5].

Предположение о том, что количество продаваемого товара и соответствующая прибыль суть случайные величины обусловливает применение статистических методов оптимизации. При этом рассматриваются средние значения прибыли, обусловленные как доходом, так и ущербом, связанным с выбором определенных решений о количестве закупаемого (производимого) товара и его цене.

Статистический подход к определению оптимального количества закупаемого (производимого) товара по критерию максимальной средней прибыли рассмотрен в [2]. Предполагается, что известно распределение вероятностей P(N) числа N проданных изделий в течение заданного периода времени. Функция распределение вероятностей F(N) числа N проданных изделий в течение заданного периода времени для непрерывной плотности вероятностей P(N) определяется интегралом $F(N)=\int_0^N P(x)dx$. Исходными данными для определения оптимального количества закупаемого товара при заданной цене Ц служат: 1) удельная прибыль от одного проданного изделия А=Ц-С; 2) ущерб от одного не проданного изделия Б, равный себестоимости С. Найдем оптимальное значение N_0 количества закупаемого товара, обеспечивающее максимальную среднюю прибыль для определенного этапа продаж.

Среднее условное значение $П_1(N_0)$ прибыли от продаж изделий при условии $N≥N_0$ определяется по формуле

$$П_1(N_0)=AN_0. \quad (1)$$

Среднее условное значение $П_2(N_0)$ ущерба от непроданных изделий при условии $N<N_0$ определяется по формуле

$$П_2(N_0)= Б(N_0-\frac{\int_0^{N_0} NP(N)dN}{F(N_0)})-\frac{A\int_0^{N_0} NP(N)dN}{F(N_0)}=$$

$$=БN_0-\frac{(A+Б)\int_0^{N_0} NP(N)dN}{F(N_0)}. \quad (2)$$

Здесь учтены ущерб от непроданных изделий и прибыль от продаж, а функция $F(N_0)$ равна вероятности события $N<N_0$. Полная максимальная средняя прибыль $П(N_0)$ определяется по формуле полной вероятности

$$П(N_0)=П_1(N0)(1-F(N_0)) – П_2(N_0)F(N_0).$$

С учетом (1) и (2) получаем следующее выражение

$$П(N_0) = AN_0(1 - F(N_0))-$$
$$- БN_0F(N_0)+(A + Б)\int_0^{N_0} NP(N)dN.$$

Дифференцируя $\Pi(N_0)$ по N_0 с учетом того, что

$$\frac{d}{dN_0}(А+Б)\int_0^{N_0} NP(N)dN=(А+Б)N_0P(N_0)$$

и приравнивая производную к нулю приходим к следующему выражению

$$F(N_0)=А/(А+Б)=1\text{-}С/Ц. \qquad (3)$$

Зависимость критерия Р(А, Б)=1-С/Ц от себестоимости С имеет линейный характер, а зависимость от цены Ц – гиперболический вид. Отметим, что величина Р(А, Б) – это отношение удельной прибыли к цене, а норма прибыли R(Ц, С) – это отношение удельной прибыли к себестоимости. Следовательно критерий Р(А, Б) связан с нормой прибыли R(Ц, С) соотношением: Р(А, Б)= R (Ц, С) С/Ц.

Рассмотрим пример. Предположим, что плотность распределения вероятностей P(N) имеет треугольный вид (рис. 1а): $P(N)=P_{мах}(1\text{-}N/N_{мах})$, где $P_{мах}=2/N_{мах}$ из условия нормировки распределения P(N).

Решение задачи для треугольной плотности распределения вероятностей P(N) в соответствии с (3) при F(N0)=P(А,Б)=0,5 приводит к следующему уравнению:

$$N_0^2-2N_МN_0+\frac{N_М^2}{2}=0.$$

Положительное решение этого уравнения $N_о=(1\text{-}\sqrt{0.5})N_м\approx0{,}293N_м$. Таким образом, если, например, $N_м=1000$, то для рассматриваемой плотности распределения вероятностей P(N) при заданном критерии оптимальное значение будет $N_о=293$.

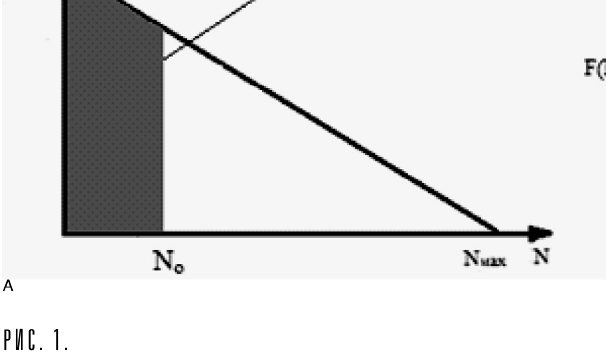
Отметим, что число продаж N товара за определенное время, как правило, представляет дискретную случайную величину. Непрерывные распределения (плотности распределения вероятностей) могут применяться только при достаточно больших количествах продаж. В то же время для решения задачи не требуется непрерывность рассматриваемых функций. При переходе к дискретным значениям соответствующие интегралы заменяются суммами. Важно, что при этом не требуется знание параметрического вида функции распределения и определение ее параметров. Фактически приходим к непараметрической статистической задаче.

Эмпирическое дискретное распределение вероятностей продаж P(N) определенного числа изделий за определенный период может быть построено в результате фиксации числа, например, ежедневных продаж в течение определенного периода наблюдений. Устанавливаются числа дней, количество продаж для которых находилось в следующих пределах: от 0 до 1; от 2 до 3; от 4 до 5 и т.д. Вероятность, соответствующая данному количеству проданных изделий определяется путем деления указанного числа дней на суммарное число дней периода наблюдений. При этом обеспечивается правило нормировки.

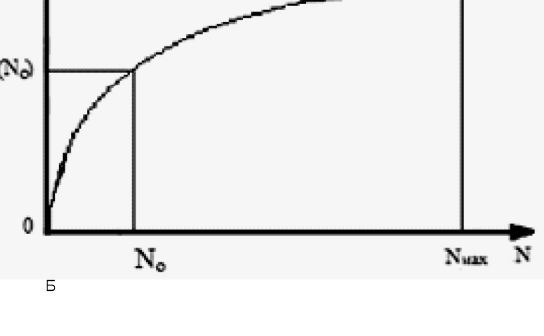
Пример построения распределения вероятностей P(N) и функции распределения F(N)= ∑P(N) числа ежедневных продаж товара в течение периода наблюдений, включающего 100 дней, приведен на рис. 2.

Определение оптимального количества закупаемого (производимого) товара для различных соотношений себестоимости и цены товара рассмотрено на примере распределения P(N) и функции распределения F(N) (рис. 2). Решение задачи для случая, когда себестоимость составляет половину цены С=0,5 Ц показано на рис. 2Б. Результаты оптимизации представлены в табл. 1.

Оптимальное количество товара на день на основе функции распределения F(N) в табл. 1 определено методом интерполяции (рис. 2Б). Оптимальное количество товара на весь рассматриваемый этап (100 дней) равно произведению $100N_0$. Оптимальное значение, установленное для определенного этапа продаж при

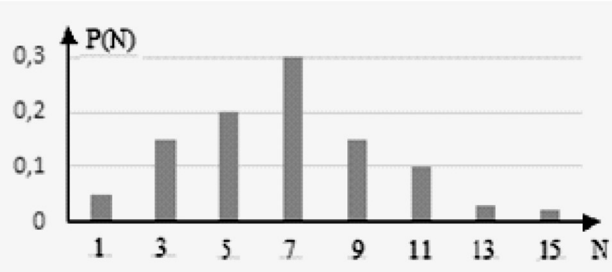


А

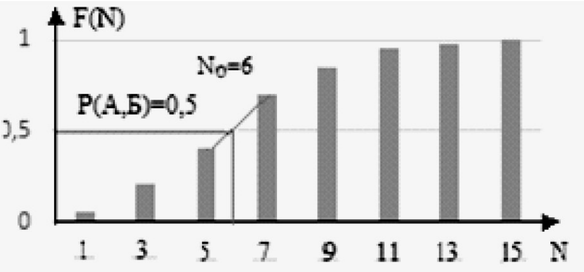


Б

РИС. 1.
А – Плотность распределение вероятностей количества проданных изделий P(N); Б – Функция распределения вероятностей F(N)



А



Б

РИС.2.

А – распределение вероятностей числа ежедневных продаж товара на определенном этапе; Б – функция распределения вероятностей

ТАБЛИЦА 1

Варианты оптимального количества товара для этапа продаж

Отношение С/Ц	Критерий Р(А,Б)	Оптимальное количество товара на день	Оптимальное количество товара на этап продаж (100 дней)
0,6	0,4	5	500
0,5	0,5	6	600
0,3	0,7	7	700

постоянной цене может быть использовано для определения объема закупок на последующих этапах. Решение задачи об определении оптимального объема закупки товара показывает, что чем больше отношение его себестоимость к цене, тем меньше оптимальный объем закупок (производства) этого товара.

Поскольку прибыль от продаж существенно зависит от числа продаж, прибыль также может рассматриваться как случайная величина. На основе эмпирических данных о продажах определенного товара может быть построено распределение вероятностей прибыли. При этом каждому значению случайной величины (число продаж) поставлено в соответствие определенное (ранжированное по величине) детерминированное значение цены товара. Непрерывное распределение вероятностей имело бы место в случае непрерывной последовательности бесконечно большого числа цен. Таким образом, переходим от случайной величины N (число продаж) к псевдослучайной величине Ц (цена изделия, соответствующая данному числу продаж). Распределение вероятностей P_N(Ц) представляет аналог функции спроса N(Ц), рассмотренной в [5], и служит для определений среднего значения цены по формуле $Ц_{ср}=\sum ЦP_N(Ц)$, где суммирование производится по всему дискретному множеству рассматриваемых цен. При определении распределения вероятностей P_N(Ц) производится нормирование числа продаж N. Для определения распределения вероятностей прибыли P(Ц) производится нормирование произведений (Ц-С)N.

Определение оптимальной цены товара по критерию максимальной средней прибыли в предположении непрерывной функции P(Ц) основано на следующих исходных данных (аналогично экономическому критерию [3]):

1) Прибыль П1(Ц0) от продажи изделий по цене, превышающей оптимальную цену равна А($Ц_0$) при условии $Ц \geq Ц_0$;

2) Прибыль (ущерб) $П_2(Ц_0)$ от продажи товара по цене ниже оптимальной цены равна Б($Ц_0$)+К(Ц) при условии $Ц<Ц_0$. Величина К(Ц) служит для согласования значений прибыли при условии $Ц=Ц_0$. Величина К(Ц)=А(Ц)-Б(Ц).

Известны распределение вероятностей P(Ц) и функция распределения вероятностей F(Ц) прибыли от продаж в зависимости от цены Ц в течение заданного периода времени. Средняя прибыль от продаж П(Ц0) определяется по формуле полной вероятности

$$П(Ц_0)=П_1(Ц_0)(1-F(Ц_0)) + П_2(Ц_0)F(Ц_0).$$

Здесь $F(Ц_0)$ – это вероятность события $Ц<Ц_0$, а $1-F(Ц_0)$ – вероятность события $Ц \geq Ц_0$.

Среднее условное значение $П_1$(Ц) прибыли от продаж по цене выше оптимальной при условии $Ц \geq Ц_0$ определяется по формуле

$$П_1(Ц_0)=А(Ц_0). \quad (4)$$

Среднее условное значение $П_2(Ц_0)$ прибыли (ущерба) от продаж при условии $Ц<Ц_0$ определяется по формуле

$$П_2(Ц_0)=Б(Ц_0)+\frac{\int_0^{Ц_0}(А(Ц)-Б(Ц))Р(Ц)dЦ}{F(Ц_0)}. \quad (5)$$

Здесь учтено значение согласующей константы К(Ц). С учетом (4) и (5) получаем следующее выражение для средней прибыли

$$П(Ц_0)=А(Ц_0)(1-F(Ц_0))+$$
$$+Б(Ц_0)F(Ц_0)+\int_0^{Ц_0}(А(Ц)-Б(Ц))Р(Ц)\,d(Ц)$$

Дифференцируя $П(Ц_0)$ по $Ц_0$ с учетом того, что

$$\frac{d}{d(Ц_0)}\int_0^{Ц_0}(А(Ц)-Б(Ц))Р(Ц)\,d(Ц)=$$
$$=(А(Ц_0)-Б(Ц_0))Р(Ц_0),$$

приравнивая производную к нулю, приходим к следующему выражению

$$F(Ц_0)=\frac{\frac{dА\,(Ц)}{dЦ}}{\frac{dА\,(Ц)}{dЦ}-\frac{dБ(Ц)}{dЦ}}\,. \quad (6)$$

Производные в выражении (6) вычисляются для значения $Ц=Ц_0$. Рассмотрим условные функции прибыли следующего вида:

$$А(Ц)=(Ц_{ср.}-С)Ц/Ц_{ср.};\ Б(Ц)=СЦ/Ц_{ср.}$$

Здесь $Ц_{ср.}$ – средняя цена товара, определяемая на основе распределения вероятностей $P_N(Ц)$; С – себестоимость товара. С учетом того, что прибыль от продаж по цене ниже оптимальной, связанная с себестоимостью товара, преимущественно относится к убыткам (прибыль с отрицательным знаком), подставляя величины А(Ц) и Б(Ц) в (6) приходим к следующему выражению аналогичному (3):

$$F(Ц_0)=1-С/Ц_{ср.} \quad (7)$$

По сравнению с (3) в выражении (7) вместо фиксированной цены Ц присутствует среднее значение $Ц_{ср.}$

Рассмотрим пример. Предположим, что распределение вероятностей Р(Ц) представляет собой равномерное распределение (рис. 3а): $Р(Ц)=1\text{-}/(Ц_{мах}-Ц_{мin})$, если $Ц_{мin}\le Ц\le Ц_{мах}$; $Р(Ц)=0$, если $Ц<Ц_{мin}$ или $Ц>Ц_{мах}$.

Если себестоимость товара С равна половине его средней цены $Ц_{ср}$, то значение критерия $F(N_0)=Р(А,Б)=0,5$. При этом оптимальное значение цены по критерию максимальной средней прибыли определяется выражением $Ц_о=Ц_{мin}+(Ц_{мах}-Ц_{мin})/2$, т.е. равно среднему значению $Ц_{ср}$. Минимальное значение критерия Р(А, Б)=0, при котором себестоимость равна средней цене, соответствует решению $Ц_о=Ц_{мin}$. Максимальное значение $Р(А,\ Б)\to 1$, при котором себестоимость много меньше средней цены приводит к решению $Ц_о=Ц_{мах}$.

Также как и в случае определения оптимального количества товара при переходе к дискретным значениям соответствующие интегралы заменяются суммами. Соответственно не требуется устанавливать параметрический вид распределения и определять неизвестные параметры.

Эмпирическое дискретное распределение вероятностей прибыли от продаж Р(Ц) определенного товара за определенный период наблюдений может быть построено в результате регистрации, например, числа ежедневных продаж, отнесенных к определенной цене. Вероятность Р(Ц), соответствующая данной цене Ц и количеству проданных изделий N определяется путем деления величины прибыли ПN=N(Ц-С) на суммарное значение прибыли для всего рассматриваемого дискретного множества цен. При этом обеспечивается правило нормировки.

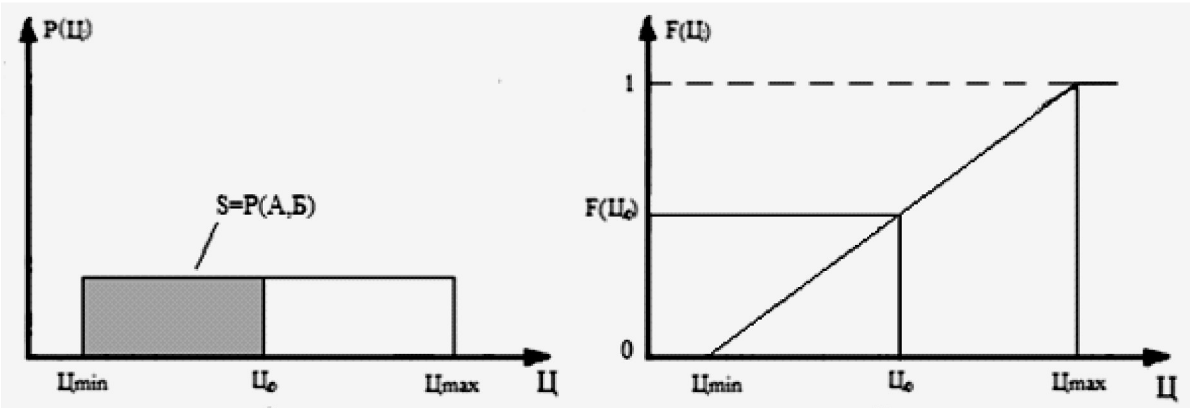
Пример построения распределения вероятностей Р(Ц) и функции распределения $F(Ц)=\sum Р(Ц)$ в течение определенного периода наблюдений приведен на рис. 4. На горизонтальной оси в порядке возрастания указаны цены товара в рублях. При себестоимости товара С=200 р. и средней цене $Ц_{ср}$=400 р. значение критерия оптимизации $F(Ц_о)=0,5$. Оптимальное значение цены $Ц_о$ определяется путем линейной экстраполяции, с учетом того, что значение критерия расположено между двумя значениями вероятностей, соответствующих ценам $Ц_1$=370 р.; $Ц_2$=385 р. В этом случае $Ц_о$=380 р. (рис. 4Б).

Поскольку при значениях средней цены $Ц_{ср}<С$ значения критерия оптимизации Р(А,Б) становятся отрицательными, не следует применять данный критерий в тех случаях, когда продажи осуществляются по ценам ниже себестоимости.

При условии $Ц_{ср.}=2С$, когда Р(А, Б)=0,5, величины рассматриваемых условных прибылей А(Ц) и Б(Ц) равны. Оптимальное значение цены соответствует при этом моде распределения. Для симметричных распределений вероятностей (равномерное, биномиальное), как известно, мода совпадает со средним значением случайной величины. Для несимметричных распределений (Пуассона, геометрического), мода может быть больше или меньше среднего значения.

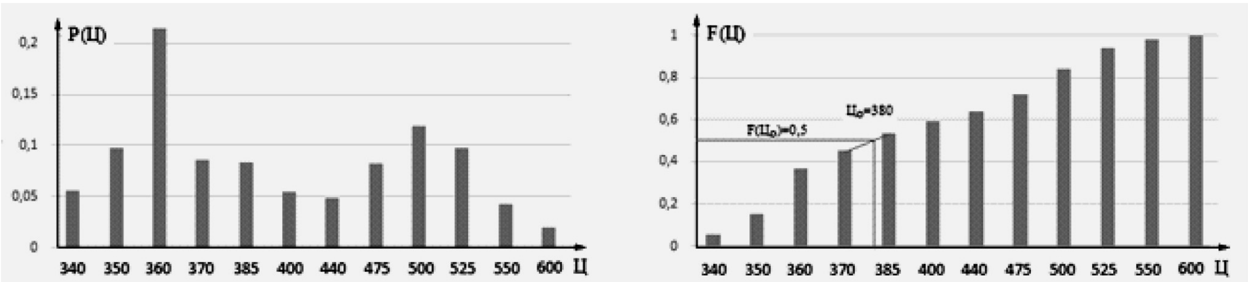
ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, проведенные исследования показывают, что между себестоимостью товара, его ценой и распределениями вероятностей числа продаж и прибыли от продаж существуют определенные взаимосвязи. Определение оптимального количества товара или оптимального значения цены товара на определенном этапе продаж может служить для прогнозирования количества товара или цен на последующих этапах. Для прогнозирования изменяющихся условий окружающей среды (условий продаж) может быть при-



А Б

РИС. 3.
А – Равномерная плотность распределения вероятностей прибыли от продаж; Б – Функция распределения вероятностей



А Б

РИС. 4.
А – эмпирическое распределение вероятностей прибыли от продажи товара; Б – функция распределения вероятностей

менен матричный оператор измерений-воздействий [7]. Применение такого оператора к распределениям вероятностей, построенным на основе исходных данных о продаже изделий позволит учесть особенности рынка и уточнить значения оптимальных количеств и цен товаров.

Литература

1. **Боков О.Г.** Математические методы маркетинга: учеб. пособие. Саратов, 2003.
2. **Де Гроот М.** Оптимальные статистические решения. М.: Мир,1974.
3. **Доминич А.П., Чернышев С.Л.** Определение оптимального гарантийного ресурса // Надежность и контроль качества, 1984, №5.
4. **Калашникова Т.В., Извеков Н.Ю.** Интеграция метода с ориентацией на спрос в систему ценообразования сети розничной торговли // Известия Томского политехнического университета. 2012. Т. 320. № 6.
6. **Орлов А.И.** Метод ценообразования на основе оценивания функции спроса // Научный журнал КубГАУ, 2020, №158(04).
7. **Солодкая Т.И.** Математическое моделирование рыночных процессов. Саратов. Поволжский институт управления им. П.А. Столыпина, 2014. 196 с.
8. **Чернышев С.Л., Чернышев Л.С.** Логика окружающей среды. Изд. 2-е испр. М.: НИИЭИР, 2001. 110 с.
9. **Шананин А.А.** Обратные задачи в проблеме экономических измерений // Журнал вычислительной математики и математической физики, 2018, Т. 58, № 2, С. 181–191.

Чернышев Сергей Леонидович,
к.т.н., Профессор Российского государственного технологического университета имени К.Э. Циолковского

121552, г. Москва, ул. Оршанская, д. 3
121552, Moscow, st. Orshanskaya, 3
тел.: +7 (916)406-70-34, e-mail: schernyshew@yandex.ru

Спиридонов Андрей Алексеевич,
к.ю.н., доцент, профессор кафедры правовых дисциплин Тульского государственного педагогического университета им. Л.Н. Толстого

300026, г. Тула, пр. Ленина, д. 125
300026, Tula, Lenin Ave., 125
тел.:+7(487)235-14-88, e- mail: info@tspit.ru

Иванов Алексей Дмитриевич,
д.э.н., руководитель экспертной группы ИРЭИ

119002, г. Москва, пер. Сивцев Вражек 29/16
119002, Moscow, per. Sivtsev Vrazhek 29/16
тел: +7 (499) 241-04-18, e-mail:adivanov@me.com