

УДК 622.276

DOI: 10.52531/1682-1696-2026-26-3-32-40

Научная статья

EDN: DUOORG

СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ФАКТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РАЗРАБОТКИ С РЕЗУЛЬТАТАМИ МОДЕЛИ БАКЛИ-ЛЕВЕРЕТТА В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОЙ СТЕПЕНИ ВЫРАБОТАННОСТИ ЗАПАСОВ

А.В. Денисов

РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ГЕОЛОГО-
РАЗВЕДОЧНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМ. СЕРГО
ОРДЖОНИКИДЗЕ (МОСКВА, РОССИЯ)

Статья посвящена актуальной теме поиска путей улучшения технологических и экономических показателей процесса заводнения, ключевой технологии разработки и доработки основной категории трудноизвлекаемых запасов нефти – высоковыработанных нефтяных месторождений Западной Сибири, что позволит продлить их эффективную эксплуатацию. На примерах промысловых показателей разработки реальных скважин проведена оценка их соответствия результатам физического и математического моделирования в рамках теории Бакли–Лeverетта. В результате получен алгоритм оценки значений площадей контуров питания скважин, обеспечивающих накопленный отбор нефти и соответствие фильтрации нефти и воды модели Бакли–Лeverетта, что необходимо для анализа выработки запасов нефти и определения местоположения застойных зон нефтяной залежи. Определено направление дальнейшей работы по методическому обеспечению улучшения технологических и экономических показателей процесса заводнения высоковыработанных нефтяных месторождений.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: высоковыработанные нефтяные месторождения Западной Сибири, трудноизвлекаемые запасы нефти, технология заводнения и система поддержания пластового давления, многофазная фильтрация, модель Бакли–Лeverетта

Original article

COMPARATIVE ASSESSMENT OF ACTUAL DEVELOPMENT PERFORMANCE AGAINST BUCKLEY-LEVERETT MODEL RESULTS UNDER CONDITIONS OF HIGH RESERVOIR DEPLETION

A.V. DENISOV

SERGO ORDZHONIKIDZE RUSSIAN STATE
GEOLOGICAL PROSPECTING UNIVERSITY
(MOSCOW, RUSSIA)

This article addresses the topical issue of identifying ways to improve the technological and economic performance of waterflooding – a key technology for the development and further exploitation of a major category of hard-to-recover oil reserves: the highly depleted oil fields of Western Siberia. Enhancing this process will extend their effective operational life. Using field development data from actual wells, the study evaluates the consistency of these data with results from physical and mathematical modeling based on Buckley-Leverett theory. An algorithm was developed to estimate the drainage area sizes required to achieve observed cumulative oil production and ensure that oil and water flow behavior aligns with the Buckley-Leverett model; this is essential for analyzing reserve depletion and identifying stagnant zones within the oil reservoir. Directions for future work are outlined regarding the methodological support needed to improve the technological and economic performance of waterflooding in highly depleted oil fields.

KEY WORDS: highly depleted oil fields of Western Siberia, hard-to-recover oil reserves, waterflooding technology and reservoir pressure maintenance systems, multiphase flow, Buckley-Leverett model

ВВЕДЕНИЕ

Разработка значительной доли эксплуатационных объектов месторождений с запасами традиционной нефти Западной Сибири в настоящее время вступила в финальную стадию, для которой характерна высокая степень выработанности запасов ($C_{изв} > 80\%$) и высокая обводненность добываемой продукции ($W > 90\%$).

Закачка воды в нефтяные пласты с целью поддержания пластового давления и эффективного вытеснения нефти является основной технологией добычи нефти с доказанной технологической и экономической эффективностью и применяется на большинстве объектов разработки в России.

Достижение высоких значений коэффициентов нефтеизвлечения обеспечивается выбором оптимальной стратегии формирования системы поддержания пластового давления за счет: объединения пластов в

эксплуатационные объекты, схем размещения и типов скважин, расстояний между скважинами, времени начала закачки воды, выбора темпов закачки воды и отбора жидкости. Значительное число технологий повышения нефтеотдачи пластов и интенсификации добычи нефти рассчитано на использование системы поддержания пластового давления для закачки различных комплексов хиреагентов.

Известно, что закачка большого количества воды в нефтяные залежи приводит к негативным последствиям – неизбежному росту обводненности добываемой продукции, формированию слабодренлируемых и застойных зон, содержащих остаточную нефть и не охваченных вытеснением, все это проявляется на поздней стадии разработки и является причиной низких значений коэффициентов извлечения нефти и трансформации остаточных запасов таких месторождений в категорию трудноизвлекаемых (ТРИЗН). Данная категория ТРИЗН является наиболее востребованной, и для нее предусмотрено использование льготного режима налогообложения.

Тем не менее, возможности технологии заводнения реализованы не полностью, поэтому актуальной задачей является поиск путей улучшения технологических и экономических показателей этого процесса, что позволит продлить эффективную эксплуатацию высоковыработанных нефтяных месторождений Западной Сибири.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ВЫТЕСНЕНИЯ НЕФТИ ВОДОЙ

Как известно, изучение процессов многофазной фильтрации начинается со специальных фильтрационных исследований на образцах керна коллекторов, в результате которых определяются фазовые и относительные фазовые проницаемости (ОФП). Именно они являются основой для дальнейшего использования в математических моделях и программах компьютерного гидродинамического моделирования [1–7].

Для аппроксимации экспериментальных данных широкое применение получили корреляционные модели – А.Т. Corey (1954), А.Т. Chierici (1984), LET (по фамилиям авторов – F. Lomeland, E. Ebeltoft, W.H. Thomas; 2005). Следует заметить, что использование аппроксимаций зачастую ведет к искажению реального физического процесса, но удобно для расчетов и позволяет получить гладкие кривые.

Математическая формализация процесса многофазной фильтрации связана с необходимостью решения сложных задач о взаимном течении несмешивающихся флюидов разной вязкости в неоднородной пористой геологической среде под действием гидродинамических, капиллярных, гравитационных и прочих сил. Данной тематике посвящено большое количество опубликованных работ с результатами теоретических и экспериментальных исследований [1–25].

В работе [3] была показана удобная для использования форма представления одномерного уравнения совместного течения нефти и воды в пористой среде с учетом действия капиллярных и гравитационных сил:

$$m \frac{\partial}{\partial t} (S_w) + u \frac{\partial}{\partial x} (F_{base} + F_{grav} + F_{cap}) = 0, \quad (1)$$

где $F_{base} = 1 + \frac{k_{ro} \times \mu_w}{k_{rw} \times \mu_o}$ – функция Бакли–Левретта;

$$F_{grav} = \frac{\frac{k \times k_{ro}}{u \times \mu_o} (\rho_w - \rho_o) \times g \times \sin(\alpha)}{1 + \frac{k_{ro} \times \mu_w}{k_{rw} \times \mu_o}} - \text{функция,}$$

учитывающая гравитационные силы;

$$F_{cap} = \frac{\frac{k \times k_{ro}}{u \times \mu_o} \times \frac{\partial P_c}{\partial x}}{1 + \frac{k_{ro} \times \mu_w}{k_{rw} \times \mu_o}} - \text{функция,}$$

учитывающая капиллярные силы.

Без учета гравитационных и капиллярных сил данное уравнение сводится к задаче Бакли–Левретта [19], а без учета только гравитационных – к задаче Рапопорта–Лиса [20].

Одномерная модель совместного течения нефти и воды в пористой среде без учета действия капиллярных и гравитационных сил, которую в 1941 г. предложили Бакли и Левретт в своей классической работе [19], до сих пор имеет наибольшее количество ссылок и упоминаний в публикациях специалистов, занимающихся многофазной фильтрацией в пористой среде. Система уравнений этой модели включает обобщенный закон Дарси и законы сохранения масс обеих несмешивающихся фаз.

Результатом решения уравнения (1) без учета гравитационных и капиллярных сил (задача Бакли–Левретта) является положение заданного значения водонасыщенности как функции времени:

$$X(S_w) = \frac{u \times t}{m} \left(\frac{\partial f(S_w)}{\partial S_w} \right) + X_o, \quad (2)$$

где X_o – начальное положение фронта водонасыщенности при $t = 0$.

Функцию Бакли–Левретта можно выразить через скорости или параметры подвижностей водной и нефтяной фаз:

$$f(S_w) = \frac{u_b}{u_b + u_n} = \frac{1}{1 + \frac{k_{ro} \times \mu_w}{k_{rw} \times \mu_o}} = \frac{\lambda_w}{\lambda_w + \lambda_o} = \frac{\lambda_w}{\lambda}, \quad (3)$$

где m – пористость; S_w – водонасыщенность; k_{ro} – ОФП по нефти; k_{rw} – ОФП по воде; x – координата; u_b – скорость водной фазы; u_n – скорость нефтяной фазы;

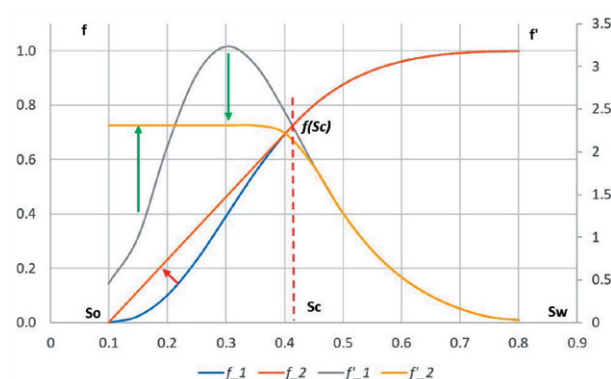


РИС. 1.

Графики исходной функции Бакли–Левретта и ее производной (f_1 ; f'_1), и их видоизмененный вариант (f_2 ; f'_2) для получения плоского фронта вытеснения

u – общая скорость фаз; $\lambda_w = \frac{k_{rw}}{\mu_w}$ – подвижность водной фазы; $\lambda_o = \frac{k_{ro}}{\mu_o}$ – подвижность нефтяной фазы; $\lambda = \lambda_w + \lambda_o$ – общая подвижность.

Ключевыми понятиями модели Бакли–Левретта являются фронт вытеснения и значение водонасыщенности на фронте вытеснения нефти водой S_c (рис. 1). Абсолютная величина разницы значений между водонасыщенностями на фронте вытеснения и начальной ($S_c - S_o$) характеризует как устойчивость фронта вытеснения, так и эффективность начального «безводного» этапа заводнения. В иностранных источниках используется термин «point of water breakthrough» – точка прорыва воды, до которой процесс вытеснения нефти происходит очень эффективно и за короткое время, а после этой точки эффективность вытеснения нефти сильно снижается.

Основным общепризнанным недостатком этой модели является появление математически возможной, но физически не возможной многозначности водонасыщенности в интервале водонасыщенностей $S_o - S_c$. Это следует из графика зависимости водонасыщенности от расстояния S_{w-1} (рис. 2), для построения которого Бакли и Левретт были введены понятия «линии распространения заданной постоянной насыщенности» и «концы последовательности таких линий, которые затем соединяются плавной кривой, представляющей новую кривую зависимости водонасыщенности от расстояния» [1], при этом возникает вопрос «физичности» этого понятия и соответствия привычному понятию водонасыщенности как доли порового пространства, занятого водной фазой, например, по сечению X для одномерного варианта фильтрации.

При общепринятом устранении многозначности водонасыщенности плоским фронтом S_{w-2} (рис. 2) реальный физический процесс в интервале изменения водонасыщенности $S_o - S_c$ игнорируется, начальная часть функции Бакли–Левретта заменяется линейной

А.В. ДЕНИСОВ
СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ФАКТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РАЗРАБОТКИ С РЕЗУЛЬТАТАМИ МОДЕЛИ БАКЛИ-ЛЕВРЕТТА В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОЙ СТЕПЕНИ ВЫРАБОТАНОСТИ ЗАПАСОВ

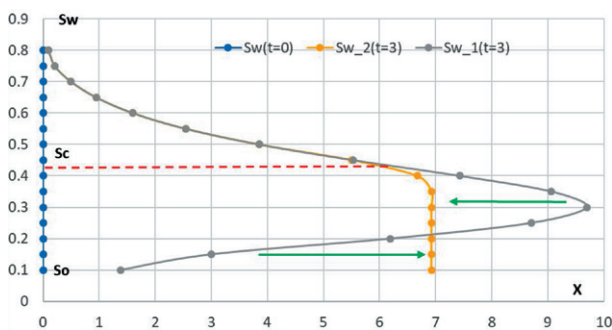


РИС. 2.

Устранение многозначности водонасыщенности плоским фронтом

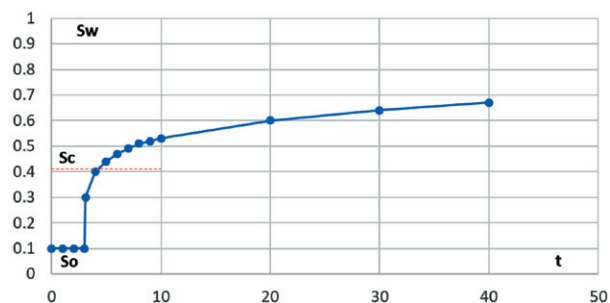


РИС. 3.

График изменения водонасыщенности для определенной координаты X во времени

функцией f_2 с постоянным значением производной f'_2 (рис. 1), а значит и скоростью распространения водонасыщенности:

$$f'(S_c) = \frac{f(S_c) - f(S_o)}{S_c - S_o}. \quad (4)$$

Уравнение (4) означает, что в задаче Бакли–Левретта скорость распространения скачка равна скорости распространения фронтальной насыщенности S_c .

Если построить график изменения водонасыщенности для определенной координаты X во времени (рис. 3), то можно отметить, что начальный «безводный» период длится относительно недолго (10% времени), затем происходит очень быстрый рост водонасыщенности от начальной S_o до S_c , после чего рост водонасыщенности происходит медленно в течение продолжительного периода (90% времени). Таким образом, начальный этап очень важен с точки зрения оптимизации заводнения, поскольку за короткий промежуток времени (годы) возможно достичь высоких показателей нефтеотдачи.

Одной из актуальных задач для исследователей, занимающихся вопросами многофазной фильтрации в пористой среде, является оценка соответствия промысловых показателей разработки реальных скважин результатам физического и математического модели-

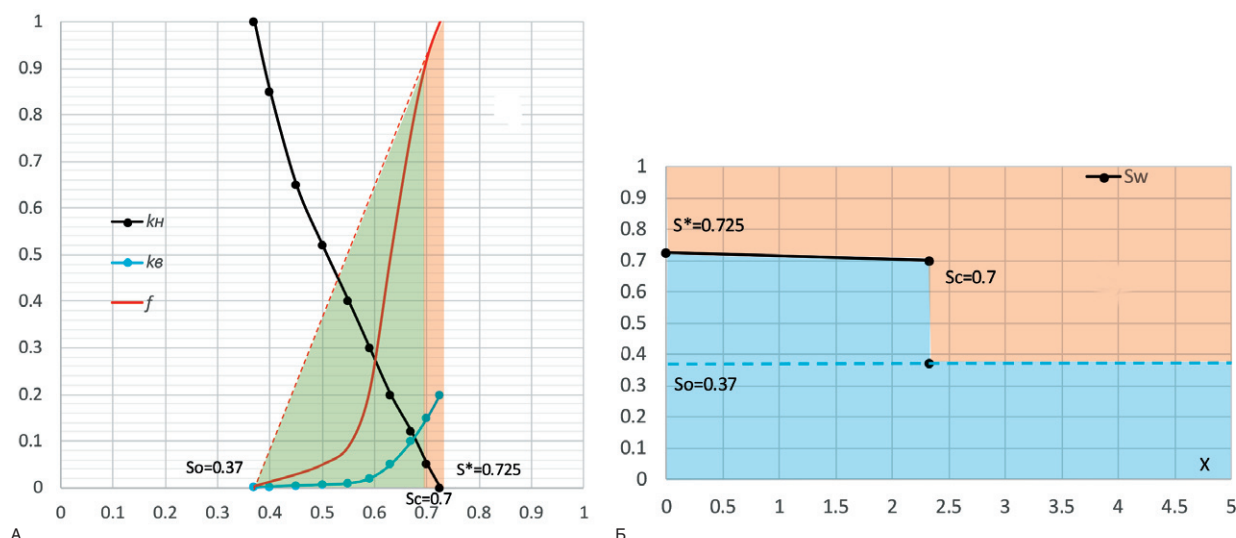


РИС. 4.

Графики ОФП, функции Бакли-Левретта f (А) и значений водонасыщенности вдоль координаты X (Б)

рования с использованием ОФП и теории Бакли-Левретта [2–7].

Для проведения расчетов воспользуемся значениями модифицированных ОФП из проектного документа разработки объекта БС₁₀²⁻³ месторождения Западной Сибири со следующими характеристиками пластовых флюидов – вязкость нефти в пластовых условиях $\mu_o=1,5$ мПа·с, вязкость воды в пластовых условиях $\mu_w=0,38$ мПа·с.

Как видно из рис. 4 касательная к функции Бакли-Левретта разбивает процесс двухфазной фильтрации на два участка:

- отмеченный зеленым цветом (~90% площади) – характеризует безводный период при изменении водонасыщенности от $S_o=0,37$ до $S_c=0,7$ с $K_{\text{выт}}=0,524$, на котором нелинейная часть функции Бакли-Левретта заменена на линейную для устранения многозначности плоским фронтом вытеснения;
- отмеченный коричневым цветом (~10% площади) – характеризует водный период при изменении водонасыщенности от $S_c=0,7$ до $S^*=0,725$ с $K_{\text{выт}}=0,04$.

Полученное распределение водонасыщенности по координате X говорит о том, что для данного объекта возможен практически поршневой режим вытеснения нефти водой с высоким значением коэффициента вытеснения – 0,524.

Следует отметить, что при сравнении ОФП и $K_{\text{выт}}$, полученных в лаборатории, с промысловыми показателями скважин, необходимо учесть коэффициент охвата вытеснением как долю объема порового пространства, охваченного вытеснением, от общего порового объема.

Проведем оценку соответствия показателей разработки добывающих скважин результатам расчетов по модели Бакли-Левретта при использовании ОФП, утвержденных в проектном документе.

Как известно, функция Бакли-Левретта представляет собой долю воды в общем потоке жидкости, и ее можно выразить либо через скорости нефти и воды, либо через их расходы, при условии совпадения площадей фильтрации для нефти и воды:

$$f(S_w) = \frac{u_w}{u_w + u_n} = \frac{Q_w}{Q_w + Q_n}. \quad (5)$$

Показатель обводненности добываемой продукции определяется через количество отобранной нефти и воды в поверхностных условиях:

$$\beta(t) = \frac{Q_w}{Q_w + Q_n}. \quad (6)$$

Как видим, правые части формул (5) и (6) совпадают, и для приведения в соответствие обводненности и функции Бакли-Левретта необходимо лишь перевести в пластовые условия объемные показатели отобранной нефти и воды и рассчитать для заданного момента времени значение водонасыщенности.

Пример расчета № 1

Карта разработки исследуемого участка представлена на рис. 5, динамика показателей эксплуатации добывающей скважины 7797 – на рис. 6.

Для проведения расчетов используются данные результатов интерпретации геофизических исследований скважин (РИГИС) и месячных эксплуатационных рапортов (МЭР) по выбранной скважине, условная площадь контура питания скважины задается по карте разработки, можно ориентироваться на значение утвержденной плотности сетки скважин 20 га/скв (200 тыс. м²). Затем объемным методом определяются поровый объем $V_{\text{пор}}$ и начальный объем нефти $V_{\text{но}}$, содержащийся в нем.

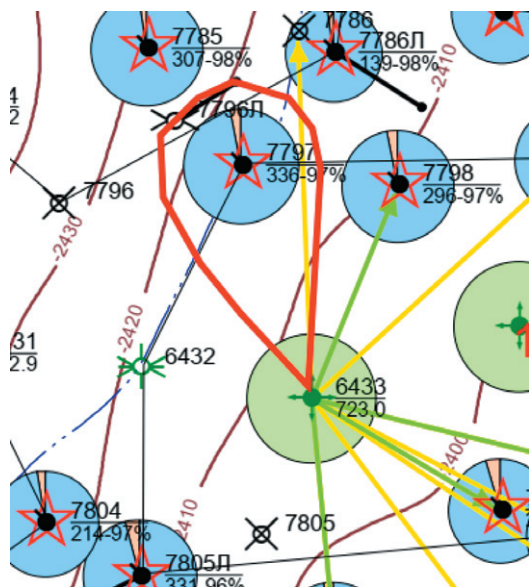


РИС. 5.
Участок района скважины 7797



РИС. 6.
Динамика показателей эксплуатации добывающей скважины 7797

Данные из МЭР по добыче нефти, отбору воды, обводненности пересчитываются в пластовые условия, при этом добычу нефти считаем в объемных единицах.

Водонасыщенность для конкретного времени считаем по формуле:

$$S_w(t) = 1 - \frac{V_{\text{но}} - Q_n(t)}{V_{\text{пор}}} = S_o + \frac{Q_n(t)}{V_{\text{пор}}}, \quad (7)$$

где $Q_n(t)$ – накопленная добыча нефти в пластовых условиях в метрах кубических.

Таким образом получим дополнительный временной ряд значений водонасыщенности, который используем для построения графика обводненности $\beta(S_w)$ и наложения его на график ОФП и функции Бакли–Левретта, изменением значения площади контура питания скважины добиваемся совпадения $\beta(S_w)$ и функции Бакли–Левретта. Дополнительно

А.В. ДЕНИСОВ
СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ФАКТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РАЗРАБОТКИ С РЕЗУЛЬТАТАМИ МОДЕЛИ БАКЛИ-ЛЕВЕРЕТТА В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОЙ СТЕПЕНИ ВЫРАБОТАНОСТИ ЗАПАСОВ

рассчитываем текущий коэффициент извлечения нефти (ТКИН) и отношение количества накопленного отбора воды к поровому объему. Результаты расчетов представлены на рис. 7 и в табл. 1.

Выводы из результатов расчета № 1

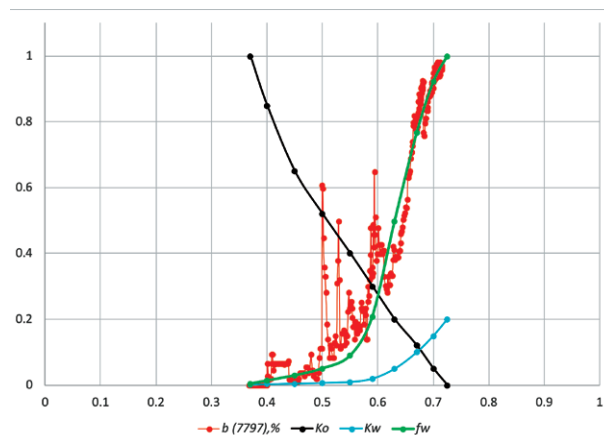


РИС. 7.
Сравнение преобразованной обводненности скважины 7797 с результатами расчетов по модели Бакли–Левретта

ТАБЛИЦА 1.
Исходные данные и результаты расчетов

Наименование	Источник	Значение
СКВАЖИНА		07797_
Наличие подстилающей воды	РИГИС	ЧНЗ
Плотность нефти п. у., т/м ³	ПТД	0,86
Объемный коэффициент нефти	ПТД	1,1
Накопл. нефть Q _н , т	МЭР	506 072
Накопл. вода Q _в , м ³	МЭР	1 301 937
Начало закачки воды в наг. скв. 6433	МЭР	01,1992
H _{нн} по району скважины, м	РИГИС	33,6
K _{нн} по району скважины, д. ед	РИГИС	0,631
S _о по району скважины, д. ед	РИГИС	0,369
K _п по району скважины, д. ед	РИГИС	0,204
Площадь контура питания скважины, м ²	Карта разработки	340 000
Площадь контура питания скважины X K _{оухв} , М ²	Расчет	272 000
V _{пор} , М ³	Расчет	2 330 496
V _{но} , М ³	Расчет	1 470 543
ТКИН	Расчет	0,440
Накопл. отбор воды/V _{пор}	Расчет	0,56

График изменения преобразованной обводненности скважины 7797 в зависимости от водонасыщенности в целом близок к функции Бакли–Левретта, полученной с использованием ОФП, утвержденных в проектом документе, процесс вытеснения нефти эффективен, количество накопленной попутно отбираемой воды составило $0,56 V_{пор}$. Оценка площади контура питания скважины для соответствия используемому ОФП для скважины 7797 составляет 340 тыс. м² (34 га), что превосходит плановый показатель 20 га/скв. за счет запасов нефти, вытесняемых закачиваемой водой от нагнетательной скважины 6433 (рис. 5).

Пример расчета № 2

Карта разработки исследуемого участка представлена на рис. 8, динамика показателей эксплуатации добывающей скважины 7808 – на рис. 9.

Результаты расчетов, аналогичных проведенным в первом примере, представлены на рис. 10 и в табл. 2.

Выводы из результатов расчета № 2

График изменения преобразованной обводненности скважины 7808 в зависимости от водонасыщенности не соответствует функции Бакли–Левретта, полученной с использованием ОФП, утвержденных в проектом документе, из-за раннего прорыва воды и образования устойчивых каналов поступления воды в добывающую скважину. Процесс вытеснения нефти недостаточно эффективен, количество накопленной попутно отбираемой воды составило $1,48 V_{пор}$. Оценка площади контура питания скважины для соответствия используемому ОФП для скважины 7804 составляет 195 тыс. м² (19,5 га), что близко к плановому показателю 20 га/скв., в том числе за счет запасов нефти, вытесняемых закачиваемой водой от нагнетательных скважин 6435 и 6436 (рис. 8).

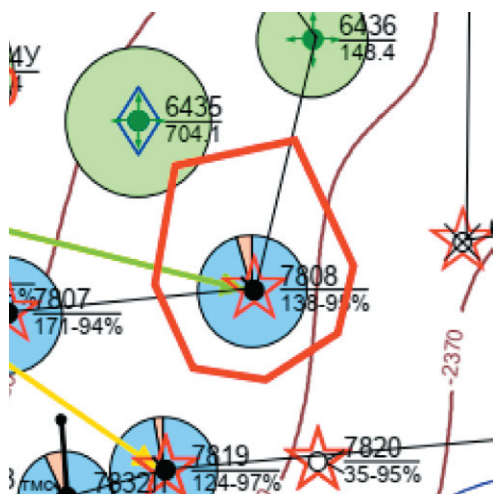


РИС. 8.

Участок района скважины 7808



РИС. 9.

Динамика показателей эксплуатации добывающей скважины 7808

ТАБЛИЦА 2

Исходные данные и результаты расчетов

Наименование	Источник	Значение вариант
СКВАЖИНА	ПТД	07808_
Наличие подстилающей воды	РИГИС	ЧНЗ
Плотность нефти п.у., т/м ³	ПТД	0,86
Объемный коэффициент нефти	МЭР	1,1
Накопл.нефть Q _н , т	МЭР	122 305
Накопл.вода Q _в , м ³	МЭР	781 294
Начало закачки воды в наг. скв. 6435	МЭР	01,1992
H _{нн} по району скважины, м	РИГИС	13,6
K _{нн} по району скважины, д. ед	РИГИС	0,667
S _о по району скважины, д. ед	РИГИС	0,333
K _п по району скважины, д. ед	РИГИС	0,199
Площадь контура питания скважины, м ²	Карта разработки	195 000
Площадь контура питания скважины X K _{оув} , м ²	Расчет	156 000
V _{пор} , м ³	Расчет	422 198
V _{но} , м ³	Расчет	352 008
ТКИН	Расчет	0,44
Накопл. отбор воды/V _{пор}	Расчет	1,48

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Потенциал эксплуатационных объектов Западной Сибири высокой степени выработанности запасов ($C_{изв} > 80\%$) и высокой обводненности добываемой продукции ($W > 90\%$) еще до конца не исчерпан, актуальной задачей является поиск резервов улучшения технологических и экономических показателей методов добычи нефти, и в первую очередь – связанных с технологией заводнения.

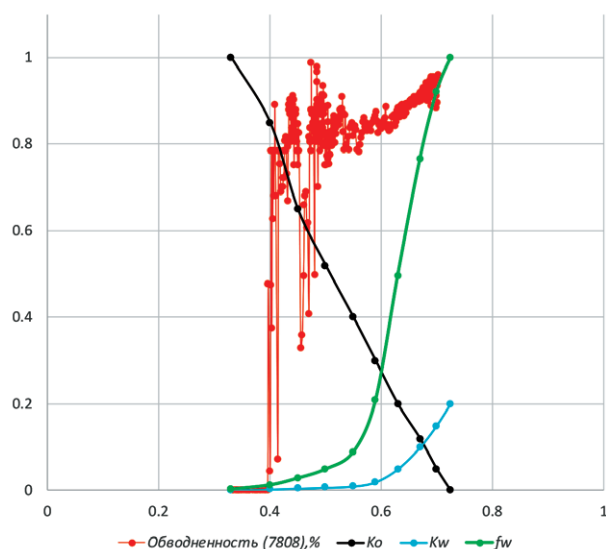


РИС. 10.

Сравнение преобразованной обводненности скважины 7808 с результатами расчетов по модели Бакли–Левретта

На примерах промысловых показателей разработки реальных скважин проведена оценка их соответствия результатам физического и математического моделирования в рамках теории Бакли–Левретта. Предложен алгоритм экспресс-оценки значений площадей контуров питания скважин, обеспечивающих накопленный отбор нефти и соответствие фильтрации нефти и воды модели Бакли–Левретта, что необходимо для анализа выработки запасов нефти и определения местоположения застойных зон нефтяной залежи с целью вовлечения их в разработку за счет назначения адресных геолого-технических мероприятий.

Реальный процесс фильтрации нефти и воды в промысловых условиях может не соответствовать модельным представлениям, поскольку доля воды и нефти в общем фильтрационном потоке периодически изменяется и носит неустойчивый характер. Путь построения и решения дифференциальных уравнений фильтрации с учетом геологической неоднородности и всех изменяющихся параметров представляет сложную и зачастую невыполнимую задачу, поэтому перспективным направлением моделирования двухфазного потока на поздней стадии разработки являются методы оперативного прогноза прорыва воды к добывающим скважинам в условиях неустойчивости фронта вытеснения, основанные на использовании моделей роста [8–25], которые предназначены для регулирования режимов отбора жидкости на добывающих скважинах и закачки воды на нагнетательных скважинах в рамках использования гидродинамических методов повышения нефтеотдачи и интенсификации добычи нефти.

А.В. ДЕНИСОВ
СРАВНИТЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА ФАКТИЧЕСКИХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ РАЗРАБОТКИ С РЕЗУЛЬТАТАМИ МОДЕЛИ БАКЛИ–ЛЕВРЕТТА В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОЙ СТЕПЕНИ ВЫРАБОТАНОСТИ ЗАПАСОВ

ЛИТЕРАТУРА

1. БАРЕНБЛАТТ Г.И., ЕНТОВ В.М., РЫЖИК В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 207 с.
2. ИНДРУПСКИЙ И.М., ЗАКИРОВ Э.С., АНИКЕЕВ Д.П., ИПАТОВ А.И., ФАХРЕТДИНОВ Р.Н. и др. Определение относительных фазовых проницаемостей в скважинных условиях // Нефтяное хозяйство. 2008. №5. С. 38–42.
3. КРЯЖЕВ Я.А., ГИЛЬМАНОВ А.Я., ФЕДОРОВ К.М., ШЕВЕЛЁВ А.П. Критериальный анализ возникновения неустойчивости фронта вытеснения при заводнении нефтяных пластов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2024. Т. 10. № 4 (40). С. 114–131. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-4-114-131>
4. МИХАЙЛОВ Н.Н. Остаточное нефтенасыщение разрабатываемых пластов. М.: Недра, 1992. 270 с.
5. СТЕПАНОВ С.В. Использование данных разработки месторождения нефти для получения кривых фазовых проницаемостей // Нефтяное хозяйство. 2006. №4. С. 67–69.
6. СТЕПАНОВ С.В., ВОКИНА В.Р. К вопросу о сопоставимости относительных фазовых проницаемостей, полученных разными методами // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2024. Т. 10. №2 (38). С. 45–55. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-2-45-55>
7. ШАБАРОВ А.Б., ШАТАЛОВ А.В., МАРКОВ П.В., ШАТАЛОВА Н.В. Методы определения функций относительной фазовой проницаемости в задачах многофазной фильтрации // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2018. Т. 4. №1. С. 79–109. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2018-4-1-79-109>
8. ШАХВЕРДИЕВ А.Х. Системная оптимизация процесса разработки нефтяных месторождений. М.: Недра, 2004. 452 с.
9. ШАХВЕРДИЕВ А.Х. Еще раз о нефтеотдаче // Нефтяное хозяйство. 2014. №1. С. 44–48.
10. ШАХВЕРДИЕВ А.Х., МАНДРИК И.Э., ПАНАХОВ Г.М. Научно-методические и технологические основы оптимизации процесса повышения нефтеотдачи пластов. М.: Нефтяное хозяйство, 2010. 420 с.
11. ШАХВЕРДИЕВ А.Х. Оптимизация системы поддержания пластового давления при заводнении залежей // Нефтяное хозяйство. 2001. № 3. С. 42–44.
12. ШАХВЕРДИЕВ А.Х. Системная оптимизация процесса доразработки нефтяных месторождений: Дис. ... д-ра техн. наук / Всероссийский нефтегазовый научно-исследовательский институт им. акад. А.П. Крылова. М., 2001.
13. ШАХВЕРДИЕВ А.Х., АРЕФЬЕВ С.В., ДЕ-

- НИСОВ А.В., ЮНУСОВ Р.Р. Методика восстановления оптимального режима функционирования системы пласт – скважина с учетом неустойчивости фронта вытеснения // Нефтяное хозяйство. 2020. №6. С. 52–57.
14. ШАХВЕРДИЕВ А.Х., ДЕНИСОВ А.В. Моделирование эволюции геофлюидодинамических углеводородных систем в условиях неустойчивости фронта вытеснения // Вестник РАЕН. 2020. Т. 20. №3. С. 50–55.
 15. ШАХВЕРДИЕВ А.Х., ДЕНИСОВ А.В. Определение местоположения застойных и слабодренируемых зон нефтяной залежи и вовлечение их в активную разработку // Вестник Азербайджанской Инженерной Академии. 2020. Т. 12. №1. С. 23–30.
 16. ШАХВЕРДИЕВ А.Х., ДЕНИСОВ А.В., ШАХВЕРДИЕВ Э.А. Унифицированная методика оценки эффективности геолого-технических мероприятий // НТЖ Инженер-нефтяник. 2019. № 3. С. 39–46.
 17. ШАХВЕРДИЕВ А.Х., ДЕНИСОВ А.В., СОБАЕВ А.Г., ШАХВЕРДИЕВ Э.А. Оптимизация нестационарного заводнения нефтяных залежей с использованием модели роста // Вестник РАЕН. 2019. №1. С. 21–25.
 18. ШАХВЕРДИЕВ А.Х., МАНДРИК И.Э. Оптимизация плотности сетки скважин и ее влияние на коэффициент извлечения нефти // Нефтяное хозяйство. 2007. №12. С. 54–58.
 19. BUCKLEY S.E., LEVERETT M.S. Mechanism of Fluid Displacement in Sands // Pet Trans AIME. 1942. Vol. 146. №01. P. 107–116. <https://doi.org/10.2118/942107-G>
 20. RAPOPORT L.A., LEAS W.J. Properties of Linear Waterfloods // Trans AIME. 1953. Vol. 198. P. 139–148.
 21. SHAKHVERDIEV A.K., DENISOV A.V., TUMANOVA V.D. New optimization criteria of waterflood patterns preventing premature water breakthrough in the context of water-oil displacement front instability. In: 7th Scientific Exploration Conference – Tyumen 2021: Natural Resources Management as a Cross-Functional Process. 7, Natural Resources Management as a Cross-Functional Process. 2021. С. 50063. <https://doi.org/10.3997/2214-4609.202150063>
 22. SHAKHVERDIEV A.KH., SHESTOPALOV YU.V. Qualitative analysis of quadratic polynomial dynamical systems associated with the modeling and monitoring of oil fields // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2019. Vol. 40, №10. P. 1695–1710.
 23. SHESTOPALOV Y., SHAKHVERDIEV A. Qualitative theory of two-dimensional polynomial dynamical systems // Symmetry. 2021. Vol. 13. №10.
 24. SHESTOPALOV Y.V., SHAKHVERDIEV A.KH., AREFIEV S.V. Bifurcations associated with three-phase polynomial dynamical systems and complete description of symmetry relations using discriminant criterion // Symmetry. 2024. Vol. 16. № 1.
 25. SHESTOPALOV YU.V., SHAKHVERDIEV A.KH. Three-phase dynamical systems and their applications to monitoring for the development of hydrocarbon fields // Lobachevskii Journal of Mathematics. 2023. Vol. 44. № 11. P. 5045–5056.

REFERENCES

1. BARENBLATT G.I., ENTOV V.M., RYZHIK V.M. Flow of Fluids and Gases in Natural Reservoirs. Moscow: Nedra, 1984:207. (In Russian).
2. INDRUPSKY I.M., ZAKIROV E.S., ANIKEEV D.P., IPATOV A.I., FAKHRETDINOV R.N. ET AL. Determination of relative phase permeabilities under down-hole conditions. *Neftyanoe Khozyaystvo*. 2008;5:38–42. (In Russian).
3. KRYAZHEV YA.A., GILMANOV A.YA., FEDOROV K.M., SHEVELEV A.P. Criterion-based analysis of displacement front instability during oil reservoir waterflooding. *Vestnik Tyumenskogo gosudarstvennogo universiteta. Fiziko-matematicheskoye modelirovaniye. Neft', gaz, energetika*. 2024;10;4:(40):114–131. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-4-114-131> (In Russian).
4. MIKHAILOV N.N. Residual Oil Saturation of Reservoirs Undergoing Development. Moscow: Nedra, 1992:270. (In Russian).
5. STEPANOV S.V. Using oil field development data to derive phase permeability curves. *Neftyanoe Khozyaystvo*. 2006;4:67–69. (In Russian).
6. STEPANOV S.V., VOKINA V.R. On the comparability of relative phase permeabilities obtained by different methods. *Vestnik Tyumenskogo gosudarstvennogo universiteta. Fiziko-matematicheskoye modelirovaniye. Neft', gaz, energetika*. 2024;10;2 (38):45–55. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2024-10-2-45-55> (In Russian).
7. SHABAROV A.B., SHATALOV A.V., MARKOV P.V., SHATALOVA N.V. Methods for determining relative phase permeability functions in multiphase flow problems. *Vestnik Tyumenskogo gosudarstvennogo universiteta. Fiziko-matematicheskoye modelirovaniye. Neft', gaz, energetika*. 2018;4;(1):79–109. <https://doi.org/10.21684/2411-7978-2018-4-1-79-109> (In Russian).
8. SHAKHVERDIEV A.KH. System optimization of the oil field development process. Moscow: Nedra, 2004:452. (In Russian).
9. SHAKHVERDIEV A.KH. Revisiting oil recovery. *Neftyanoe Khozyaystvo*. 2014;1:44–48. (In Russian).
10. SHAKHVERDIEV A.KH., MANDRIK I.E., PANAKHOV G.M. Scientific-methodological and technological foundations for optimizing the process of enhanced oil recovery. Moscow: Neftyanoe Khozyaystvo, 2010: 420. (In Russian).
11. SHAKHVERDIEV A.KH. Optimization of the reser-

- voir pressure maintenance system during waterflooding of deposits. *Neftyanoe Khozyaistvo*. 2001;3:42–44. (In Russian).
12. SHAKHVERDIEV A.KH. System optimization of the process of further development of oil fields: Dissertation... Doctor of Technical Sciences. ...Sciences. Academician A.P. Krylov All-Russian Oil and Gas Research Institute. Moscow, 2001. (In Russian).
13. SHAKHVERDIEV A.KH., AREFYEV S.V., DENISOV A.V., YUNUSOV R.R. Methodology for restoring the optimal operating mode of the reservoir-well system, accounting for displacement front instability. *Neftyanoe Khozyaistvo*. 2020;6:52–57. (In Russian).
14. SHAKHVERDIEV A.KH., DENISOV A.V. Modeling the evolution of geofluid-dynamic hydrocarbon systems under conditions of displacement front instability. *Vestnik RAYEN*. 2020;20№(3):50–55. (In Russian).
15. SHAKHVERDIEV A.KH., DENISOV A.V. Locating stagnant and poorly drained zones in an oil reservoir and incorporating them into active development. *Vestnik Azerbaydzhanskoy Inzhenernoy Akademii*. 2020;12;(1):23–30. (In Russian).
16. SHAKHVERDIEV A.KH., DENISOV A.V., SHAKHVERDIEV E.A. Unified methodology for evaluating the effectiveness of geological and technical operations. *NTZH Inzhener-neftyanik*. 2019;3:39–46. (In Russian).
17. SHAKHVERDIEV A.KH., DENISOV A.V., SOBAEV A.G., SHAKHVERDIEV E.A. Optimization of unsteady-state waterflooding of oil reservoirs using a growth model. *Vestnik RAYEN*. 2019;1:21–25. (In Russian).
18. SHAKHVERDIEV A.KH., MANDRIK I.E. Optimization of well pattern density and its impact on the oil recovery factor. *Neftyanoe Khozyaistvo*. 2007;12:54–58. (In Russian).
19. BUCKLEY S.E., LEVERETT M.S. Mechanism of Fluid Displacement in Sands. *Pet Trans AIME*. 1942;146;(01):107–116. <https://doi.org/10.2118/942107-G>.
20. RAPOPORT L.A., LEAS W.J. Properties of Linear Waterfloods. *Trans AIME*. 1953;198:139–148.
21. SHAKHVERDIEV A.K., DENISOV A.V., TUMANOVA V.D. New optimization criteria of waterflood patterns preventing premature water breakthrough in the context of water-oil displacement front instability. In: 7th Scientific Exploration Conference – Tyumen 2021: Natural Resources Management as a Cross-Functional Process. 7, Natural Resources Management as a Cross-Functional Process. 2021. C. 50063. <https://doi.org/10.3997/2214-4609.202150063>
22. SHAKHVERDIEV A.KH., SHESTOPALOV YU.V. Qualitative analysis of quadratic polynomial dynamical systems associated with the modeling and monitoring of oil fields. *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2019;40;(10):1695–1710.
23. SHESTOPALOV Y., SHAKHVERDIEV A. Qualitative theory of two-dimensional polynomial dynamical systems. *Symmetry*. 2021;13;(10).
24. SHESTOPALOV YU.V., SHAKHVERDIEV A.KH., AREFIEV S.V. Bifurcations associated with three-phase polynomial dynamical systems and complete description of symmetry relations using discriminant criterion. *Symmetry*. 2024;16;(1).
25. SHESTOPALOV YU.V., SHAKHVERDIEV A.KH. Three-phase dynamical systems and their applications to monitoring for the development of hydrocarbon fields. *Lobachevskii Journal of Mathematics*. 2023;44;11:5045–5056.

Денисов Алексей Владимирович,
старший преподаватель кафедры «Разработки и эксплуатации нефтяных и газовых месторождений» Российского государственного геологоразведочного университета имени Серго Орджоникидзе

✉ 117997, г. Москва, ул. Миклухо-Маклая, д. 23,
117997, Moscow, st. Miklouho-Maklaya, 23,
e-mail: denisovav@mgri.ru