

УДК 631.4

## ТЕОРИЯ ВОССТАНОВЛЕНИЯ И ПЕРСПЕКТИВЫ ЕЁ АДАПТАЦИИ К ПРАКТИЧЕСКОМУ ЭРОЗИОВЕДЕНИЮ

Т.Б. АГАЕВ

МЕЖДУНАРОДНАЯ АКАДЕМИЯ ЭКОЛОГИИ  
И ПРИРОДОПОЛЬЗОВАНИЯ

В публикации содержатся теоретические основы теории восстановления и перспективы ее адаптации к практическому эрозиоведению.

**Ключевые слова:** *теория надежности, практическое эрозиоведение.*

Теория надежности возникла вследствие появления новых сутобо практических задач: обеспечения безотказной работы изделия, устройства, системы в течение заданного промежутка времени  $t$ ; оценки вероятности выхода из строя сооружения, устройства, системы в течение этого промежутка времени для предоставления определенных гарантий потребителю.

В практике серьезных работ в условиях конкуренции компаний, никогда не стояла задача продления «жизни» каких-либо видов техники на возможно более долгий срок, тем более что решение подобной задачи всегда требует невероятных затрат. Задача становилась иначе и вполне конкретно – обеспечить как можно большую безотказность именно за данный срок  $t$ . Связано это с тем, что сроки морального износа (в особенности для военной техники, ради которой и возникла теория надежности) постоянно сокращаются и тратить деньги на продление «жизни» того, что будет в свое время все равно изъято из эксплуатации, по меньшей мере, неразумно.

Теория восстановления возникла и получила бурное развитие в пятидесятые годы XX века как одно из ответвлений теории надежности.

Как это часто бывает с отдельными разделами прикладной математики, развитие теории быстро и намного превысило реальные потребности науки и практики второй половины XX века. В то же время большинство достижений и выводов теории восстановления относится к инженерным приложениям, связанным с планированием и ожиданием ремонтов

## THE THEORY OF RESTORATION AND PROSPECT OF ITS ADAPTATION TO PRACTICAL STUDING OF EROSION

T.B. AGAEV

In the publication theoretical bases of the theory of restoration and prospect of its adaptation to practical studying of erosion.

**KEYWORDS:** *reliability theory, practical studying of erosion.*

или, как это принято называть в теории восстановления, «регенераций». Есть в то же время и примеры таких постановок задач, которые свидетельствуют о больших перспективах применения теории восстановления, в частности, в прикладном эрозиоведении.

Эта постановка задачи, сутобо практическая и опирающаяся не на умозрительные гипотезы, постулаты и допущения, а на статистику больших выборок, на фактически получаемые результаты испытаний, предопределила развитие определенных классов моделей.

Практическое эрозиоведение имеет дело с объектами несколько другого вида. Разумеется, статистика и здесь имеет огромное практическое значение, как средство проверки реального положения вещей: средней продолжительности срока эксплуатации систем почвозащитных мероприятий (СПМ), в том числе склоновых гидротехнических противоэрозионных сооружений (СППС), вероятности эксплуатации их до момента времени  $t$ , разрушения их в определенных условиях, сопоставления частоты разрушения сооружений в различных регионах, имеющих различные условия окружающей среды (ОС). Однако эрозиоведение имеет дело с «готовыми» объектами (какими являются СПМ), об «устройстве» которых оно знает не так много, а задачу ставит в конечном итоге значительно более сложную, чем это делается в технике, – продлить жизнь объектам изучения (в данном случае СПМ, включающих СППС), причем на возможно больший срок [1, 2].

При этом эрозиовед не имеет возможности надеяться на появление нового поколения деталей, на упрощение конструкции, технологий, т.е. на многие из предпосылок повышения надежности, которыми может утешать себя инженер.

Естественно, что изучать недостатки того, что сделано своими руками, по известному замыслу и с применением стандартных деталей, неизмеримо легче, чем искать причины недолгой жизни «почти черного ящика», каковым являются СГПС. Эрозиовед вынужден постулировать гипотезы о тех процессах, которые обуславливают износ и связанное с ним увеличение интенсивности разрушения сооружений, создавать на основе этих гипотез математические модели и проверять адекватность этих моделей (или условий, при которых достигается эта адекватность) реальным статистическим данным. Впрочем, возможен и применяется другой, обратный подход, состоящий в подборе модели, в достаточной мере адекватной имеющимся статистическим данным, с последующей попыткой почвенно-эрозионной интерпретации этой готовой модели.

Постановки уже заявленных технических проблем в теории восстановления отличаются большим разнообразием и выглядят менее абстрактными, чем уже рассмотренные проблемы прикладного эрозиоведения. Приведем наиболее характерные примеры технических задач, решение которых дает модели, могущие быть, при определенных условиях и усилиях, адаптированными к задачам прикладного эрозиоведения.

1. Определить промежуток времени, который потребуется некоторому подверженному отказам сооружению до того момента, когда возникает потребность в его  $r$ -м восстановлении. Задача представляет интерес при условии, что именно  $r$  является предельно возможным числом восстановлений: жизненный цикл сооружения на этом завершится, и  $(r + 1)$ -го восстановления уже не будет. Сооружение при этом состоит из одного элемента (узла, системы, элемента и т.п.) или считается таковым. Процесс восстановления начинается в нулевой момент времени с первой «регенерации». Длительность безотказной работы сооружения является непрерывной случайной величиной с плотностью распределения  $f(t)$ . Если отказ немедленно устраняется, то среднее время жизни до  $r$ -го отказа определяется простым суммированием.

$$t_r = \sum_{i=1}^r t_i, \quad (1)$$

где:  $t_r$  – средняя величина, свойственная распределению  $f(t)$ , а  $t_i$  – продолжительность времени между  $(i - 1)$ -м и  $i$ -м отказами (при условии, что время самой регенерации каждый раз равно нулю или не учитывается). Подобный процесс называется простым процессом восстановления.

В частности, если распределение является показательным с плотностью распределения  $f(t) = se^{-st}$  то этот простой процесс называется пуассоновским с интенсивностью восстановления  $s$ , а число восстановлений  $N_t$  в интервале  $(0, t)$  имеет следующее распределение по вероятности  $P$ :

$$P\{N_t = m\} = \frac{(pt)^m e^{-pt}}{m!} \quad (m = 0, 1, 2, \dots). \quad (2)$$

Ясно, что в реальных условиях стационарность такого процесса может быть нарушена самым причудливым образом, например: после каждого последующего восстановления плотность распределения  $f(t)$  может изменяться, средняя длительность безотказной работы уменьшаться, а процесс самого восстановления, принимаемый при первом восстановлении за мгновенный, каждый раз увеличиваться по времени на некоторую величину.

2. Определить число восстановлений («регенераций») за время  $t$ .

В этом случае фиксируется время  $t$  и определяется случайная величина  $N_t$  как число восстановлений в интервале  $(0, t)$ . Зафиксировав два момента времени  $(t_1 - t_2)$  за единицу времени и предположить, что энергия регенерирующей системы не может за единицу времени обеспечить больше некоторого максимального числа восстановлений, то условие разрушения системы (или сооружения) достигается тогда, когда

$$Nt_1 t_2 = Nt_1 - Nt_2, \quad (3)$$

т.е. число восстановлений в интервале  $(t_1, t_2)$ .

Такая постановка задачи имеет свой принципиальный интерес для геронтолога. Если принять разность  $(t_2 - t_1)$  за единицу времени и предположить, что энергия регенерирующей системы не может за единицу времени обеспечить больше некоторого максимального числа восстановлений, то условие разрушения системы (или сооружения) достигается тогда, когда  $Nt_1 t_2 > N_{max}$ .

Функция  $H(t) = M(Nt)$  (где  $M$  означает математическое ожидание) называется функцией восстановления. При этом:

$$M(Nt_1, t_2) = H(t_1) - H(t_2). \quad (4)$$

Плотность восстановления  $h(t) = H'(t)$  показывает среднее число восстановлений, ожидаемых в малом интервале времени вблизи  $t$ .

В теории восстановления часто используется понятие общего процесса восстановления, условие которого кажется на первый взгляд странным. Общим процессом восстановления называют такой процесс, при котором время до первого отказа (и, соответственно, до первого восстановления) имеет плотность распределения  $f(t_1)$ , а промежутки времени между по-

следующими отказами (и, соответственно, между любыми последовательными «регенерациями») имеют одинаковые плотности распределения  $f(t)$ . Таким образом, из всей последовательности восстановлений выделяется именно первое.

В действительности это условие имеет глубокий смысл, причем в прикладном эрозиоведении этот смысл имеет особое значение. Первый отказ, свидетельствующий о начале старения и износа сооружения, имеет свое особое распределение, сдвинутое во времени, а все последующие восстановления в какой-то мере являются собой последовательное «латание дыр в тришкином кафтане» – СПМ постоянно перераспределяет свои регенерирующие возможности между возникающими одно за другим «слабыми местами». Соответственно, и промежутки времени между восстановлениями имеют распределения, мало отличающиеся друг от друга.

3. Определить функции и плотность восстановления, а отсюда и среднее число отказов и среднее число восстановлений для следующего условия, которое, как и в предыдущем случае, кажется на первый взгляд далеким от реальности.

В техническом приложении это условие выглядит следующим образом.

Предположим, что имеется 2 типа элементов СПМ с длительностями безотказной работы  $\{x'_1, x'_2, \dots\}$  и  $\{x''_1, x''_2, \dots\}$ . Пусть соответствующие плотности распределений времени безотказной работы составляют соответственно  $f_1(x)$  и  $f_2(x)$ .

Процесс, начинающийся с нового элемента первого типа, в котором каждый отказавший элемент заменяется элементом противоположного типа, называют альтернирующим процессом восстановления. Это и составляет то условие задачи, которое на первый взгляд кажется далеким от реальности. В действительности можно сразу преобразовать это условие таким образом, что оно окажется совершенно реальным как для технических, так и для прикладного эрозиоведения приложений.

Действительно, предположим, что некоторая техническая система или СПМ подвержена отказам. Время, необходимое для запуска (регенерации) отказавшей системы, назовем длительностью ремонта (регенерации). В этом случае возникает альтернирующая последовательность рабочих периодов и периодов ремонта (эксплуатации или регенерации). Если допустить, что они являются двумя последовательностями независимых случайных величин, каждая из которых характеризуется своей плотностью распределения, то мы получим альтернирующий процесс восстановления.

Как видим, в такой интерпретации условие альтернируемости выглядит вполне реальным.

Рассмотрим последовательность моментов отказов элементов второго типа (в данной нами интерпретации – моментов завершения регенерации, т.е. устранения отказов элементов первого типа). Она образует

простой процесс восстановления, для которого каждый цикл является суммой длительности безотказной работы элементов первого и второго типа (в нашей интерпретации – периодов безотказной работы и последующего восстановления системы).

Таким образом, первый отказ элементов второго типа (первое восстановление, регенерация системы) произойдет в момент времени  $(x'_1 + x'_2) + (x''_1 + x''_2)$  и т.д.

Для решения задачи нахождения параметров распределения числа отказов (восстановлений) в системе, используется чрезвычайно распространенный метод прямого и обратного преобразований Лапласа. Суть метода заключается в том, что действия с функциями и их производными (в том числе и с дифференциальными уравнениями) заменяются действиями с алгебраическими величинами, проявляющими с этими функциями взаимно однозначное соответствие. Полученный таким образом результат чисто алгебраических преобразований переводится затем вновь в форму функции. Первая замена осуществляется с помощью прямого преобразования Лапласа, вторая с помощью обратного преобразования.

Применение преобразований Лапласа дает возможность простыми алгебраическими методами решать сложные задачи, в которые входят разнообразные функции (например, плотности распределения). Трудность при этом состоит в том, что каждый вид функции (а их бесчисленное множество) имеет свою форму преобразования по Лапласу. Подобно тому, как для обеспечения работы математика опубликованы и применяются таблицы интегралов самых разнообразных функций, так и для рассматриваемых здесь преобразований Лапласа опубликованы таблицы, позволяющие находить алгебраически аналоги функций, и наоборот. В качестве руководства по применению преобразования Лапласа и для получения его свойств может быть рекомендована монография [3]. Здесь мы укажем лишь, на чем основана сама идея преобразования.

Если имеется некоторая плотность распределения  $f(x)$ , то ее преобразование Лапласа обозначается  $f(s)$ , где  $s$  – комплексное переменное и при этом:

$$f(s) = M(e^{-sx}) = \int_0^{\infty} e^{-sx} f(x) dx. \quad (5)$$

В простейшем случае показательного распределения преобразование Лапласа имеет следующий вид:

$$f(s) = \int_0^{\infty} \rho e^{-\rho x} e^{-sx} dx = \frac{\rho}{\rho + s}. \quad (6)$$

Воспользуемся преобразованием Лапласа для решения поставленных здесь задач.

Среднее число отказов элементов второго типа (в нашей интерпретации ремонт, восстановлений, ре-

генераций) может быть выражено посредством преобразования Лапласа следующим образом:

$$H_2^* = \frac{f_1^*(s) \times f_2^*(s)}{s \{1 - f_1^* \times f_2^*(s)\}}, \quad (7)$$

где:  $f_1^*(s)$  и  $f_2^*(s)$  – преобразованные по Лапласу функции (соответственно  $f_1^*(x)$  и  $f_2^*(x)$ ).

Ожидаемое число отказов элементов первого типа, будучи выражено посредством преобразования Лапласа, имеет вид:

$$H_1^* = \frac{f_1^*(s)}{s \{1 - f_1^*(s) \times f_2^*(s)\}}. \quad (8)$$

Соответствующие плотности восстановления имеют преобразования Лапласа:

$$h_1^*(s) = sH_1^*(s); h_2^*(s) = sH_2^*(s). \quad (9)$$

В соответствии со всем сказанным выше, получив преобразования Лапласа  $H_1^*$ ,  $H_2^*$ ,  $h_1^*(s)$ ,  $h_2^*(s)$ , можно по таблицам обратного перехода найти в виде функций соответствующие выражения для  $H_2(t)$ ,  $H_1(t)$ ,  $h_2(t)$ ,  $h_1(t)$ . Таблицы обратного перехода иногда называют таблицами перевода из пространства изображений в пространство оригиналов.

Получение изображений в виде преобразований Лапласа и обратных им оригиналов (даже при использовании соответствующих таблиц) очень часто значительно облегчается, если применять четыре правила линейного преобразования аргумента в оригинале или в изображении.

Если  $f(t)$  – оригинал,  $F(s)$  – соответствующее ему изображение (преобразование Лапласа), а – некоторое число, большее нуля, то согласно первому правилу (теореме подобия):

$$f(at) \leftrightarrow \frac{1}{a} F\left(\frac{s}{a}\right). \quad (10)$$

Согласно второму правилу (первой теореме смещения), если  $u(t-a)$  – функция единичного скачка, (т.е. при  $t < 0$   $u(t) = 0$ , а при  $t > 0$   $u(t) = 1$ ), то:

$$u(t-a) = f(t-a) \leftrightarrow e^{-as} F(s). \quad (11)$$

Это правило важно в случаях, когда функция-оригинал (и, в частности, плотность распределения) начинается не от нуля, а от смещенной вправо по оси величины  $a$ . Иными словами, правило 2 необходимо учитывать для процессов, происходящих с запаздыванием или отставанием (например, для процессов старения или износа сооружения, которые всегда отстают от начала жизненного цикла).

Третье правило (вторая теорема смещения) противоположно второму правилу в том смысле, что теперь

график функции  $f(t)$  смещен на отрезок времени, а не вправо, а влево:

$$f(t+a) \leftrightarrow e^{as} \left\{ F(s) - \int_0^a e^{-st} f(t) dt \right\}. \quad (12)$$

Смещение влево означает, что начальный кусок графика, соответствующий участку оси времени от «0» до « $a$ », пропадает, так как новая функция может рассматриваться только при значениях  $t \geq 0$ .

Четвертое правило (теорема затухания) имеет выражение:

$$e^{-\alpha t} f(t) \leftrightarrow F(s + \alpha). \quad (13)$$

где:  $\alpha$  – произвольное, в том числе комплексное, число.

Другие пять правил дают возможность весьма просто приводить в соответствие оригиналы и изображения (преобразования Лапласа) при их дифференцировании и интегрировании.

Пятое правило. При дифференцировании оригинала и начальном условии  $f(0) = 0$ .

$$sF(s) \rightarrow f'(t). \quad (14)$$

Шестое правило. При дифференцировании изображения, если  $F(s) = -t \times f(t)$ , то:

$$F'(s) \rightarrow -t \times f(t), \quad (15)$$

и вообще:

$$F^n(s) \rightarrow (-1)^n \times t^n \times f(t), \quad (16)$$

где:  $F^n(s)$  –  $n$ -я производная изображения.

Седьмое правило. При интегрировании оригинала, если  $f(0) = 0$  и  $F(s) \rightarrow f(t)$ , то:

$$\int_0^t f(\tau) d\tau \rightarrow \frac{1}{s} F(s). \quad (17)$$

Восьмое правило. При интегрировании изображения, если  $F(s) \rightarrow f(t)$ , то:

$$\int_s^t F(s) ds \rightarrow \frac{1}{s} f(t). \quad (18)$$

Девятое правило. При умножении изображений, если  $F_1(s) \rightarrow f_1(t)$ ,  $F_2(s)$  и  $F(s) \rightarrow f_2(t)$ , то:

$$F_1(s)F_2(s) \rightarrow \int_0^t f_1(\tau) f_2(\tau) d\tau. \quad (19)$$

В этой формуле  $\tau$  заменяет переменную  $t$ , которая становится верхним пределом интегрирования, а весь оригинал, составляющий правую часть, называется сверткой функции  $f_1(\tau)$  и  $f_2(\tau)$ .

4. Определить статистические параметры процесса накопления в системе того или иного фактора, от которого зависит состояние системы.

В технической интерпретации подобные задачи могут выглядеть, например, следующим образом:

- в связи с потоком отказов в системе наблюдается адекватный поток восстановлений, осуществляемых с заменой отказавшего элемента новым. Если  $\omega_i$  – стоимость замены при  $i$ -ом отказе, то вопрос состоит в том, какова будет полная стоимость  $Z_t$  всех замен, произведенных к моменту времени  $t$ ;
- система подвержена износу, возникающему в результате нанесения длительной серии перегрузок. Пусть эти перегрузки исходят в соответствии с пуассоновским процессом (или вообще в соответствии с процессом восстановления) и пусть  $\omega_i$  будет величиной износа, возникающего под влиянием  $i$ -й перегрузки. Вопрос состоит в том, какова будет величина  $Z_t$  полного износа системы к моменту времени  $t$ .

Аналоги тех же задач в прикладном эрозиоведении выглядят следующим образом:

- в связи с потоком агрессивных воздействий внешних факторов на СПМ наблюдается адекватный поток восстановлений (регенераций) с затратой  $v_i$  энергии (потенциала), причем объем этой энергии (потенциала) после  $i$ -го восстановления компенсируется лишь частично, а потери составляют величину  $\omega_i$ , адекватную  $v_i$ . Необходимо определить полную величину потерь энергии  $Z_t$  (потенциала) к моменту времени  $t$ ;
- сооружение подвержено старению, в результате возникновения в нем изменений, обусловленных воздействием факторов различного происхождения. Воздействия агрессивных факторов возникают в соответствии с пуассоновским процессом (или вообще в соответствии с процессом восстановления), а  $\omega_i$  – тот гипотетический прирост показателя старения и износа сооружения, который обусловлен  $i$ -м воздействием внешнего фактора. Необходимо определить, какой величиной измеряется гипотетический показатель старения и износа сооружения к моменту времени  $t$ .

Ясно, что как технические, так и варианты задач с почвозащитными сооружениями, связанные с процессами накопления, могут бесконечно варьировать и ставиться по-разному.

Если при постановке предшествующих задач с системой, динамика эксплуатации сооружений которой изучалась, связывают только одну случайную величину – длительность безотказной работы между двумя последовательными отказами, то при постановке последней задачи с отказом системы связывается другая случайная величина  $\omega_i$ , причем величины  $\omega_i$  и  $x_i$  могут быть зависимы. В то же время предполагается, что величины  $\{\omega_i\}$  независимы между собой, одинаково распределены и что  $\omega_i$  не зависит от  $x_i$  ( $i \neq j$ ).

Рассмотрим случайную величину  $Z_t$ , определяемую для момента времени  $t$  равенством:

$$Z_t = \sum_{i=1}^{N_t} \omega_i, \quad (20)$$

если  $N_t = 1, 2, \dots$ , и равную «0», если  $N_t = 0$ , где  $N_t$  – число отказов в системе, возникших до момента времени  $t$ .

Равенство (20) означает, что величины  $\omega_i$  суммируются для всех случаев отказов, которые возникали в системе на промежутке времени  $(0, t)$ .

Стохастический процесс, образованный значениями  $\{Z_t\}$ , называется процессом накопления.

В наиболее общем виде данная задача сводится к определению моментов произвольного распределения случайной величины  $Z_t$ , для чего используется математический аппарат характеристических функций и, как частный случай, когда случайная величина дискретна, производящие функции.

Характеристической функцией  $\psi(t)$  случайной величины называют математическое ожидание случайной величины  $e^{it\omega}$ , где  $t$  – действительный параметр:

$$\psi(t) = M(e^{it\omega}), \quad (21)$$

Если  $F(\omega)$  – функция распределения:

$$\psi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{it\omega} dF(\omega), \quad (22)$$

а в случае дискретного распределения:

$$\psi(t) = \sum_{k=0}^{\infty} e^{it\omega_k} p_k, \quad (23)$$

что обозначает ряд Фурье с коэффициентами  $p_k$ .

Интеграл Фурье, наоборот, соответствует непрерывному распределению, а в соответствующую формулу входит не функция распределения  $F(\omega)$ , а плотность распределения  $f(\omega)$ :

$$\psi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{it\omega} f(\omega) d\omega. \quad (24)$$

Применительно к рассматриваемой задаче обозначим  $P = it$  и тогда производящая функция  $g(P)$  для моментов распределения случайной величины  $\omega$  будет иметь вид:

$$g(p) = M(e^{-P\omega}). \quad (25)$$

Если распределение заведомо дискретно, то обычно проще оперировать с производящей функцией  $M_\gamma(\omega)$ , которая всегда может быть вновь превращена в  $g(s)$  с помощью преобразования:

$$p = -\log \gamma. \quad (26)$$

Если распределение непрерывно, то производящая функция моментов является преобразованием Лапласа соответствующей плотности распределения.

Обозначим теперь производящую функцию моментов распределения случайной величины  $Z_t$  через  $l\{P; t\}$ . Функция  $l\{P; s\}$  будет ее преобразованием Лапласа по  $t$ :

$$l^*(P; S) \rightarrow \int_0^{\infty} e^{-st} M(e^{-PZ_t}) dt, \quad (27)$$

Условное распределение величины  $Z_t$  при условии, когда  $N_t = \gamma$ , (т.е.  $N_t$  равно вполне конкретному числу возмущений в системе) является  $\gamma$ -кратной сверткой распределения величины  $\omega_t$ . Из этого следует, что:

$$M(e^{-PZ_t} | N_t = \tau) = \{q(P)\}^{\tau}, \quad (28)$$

и поэтому:

$$l(P; t) = M e^{-PZ_t} = \sum_{\tau=0}^{\infty} \{q(P)\}^{\tau} P\{N_t = \tau\}, \quad (29)$$

где:  $P\{N_t = \gamma\}$  – вероятность того, что число возмущений (ударов, перегрузок, и т.п.) в системе за время  $t$  составит в точности величину  $\gamma$ .

Полученная сумма является производящей функцией числа восстановлений (а, следовательно, и возмущений в системе) с аргументом  $g(p)$ .

Ее преобразование Лапласа относительно  $t$  для простого процесса восстановления дается формулой:

$$l^*(P; s) = \frac{1 - f^*(s)}{s\{1 - q(p)f^*(s)\}}, \quad (30)$$

где:  $f^*(s)$ , как и в предыдущих случаях – преобразование Лапласа для плотности распределения числа восстановлений (возмущений в системе) для момента времени  $t$ .

Теперь преобразования Лапласа для каждого из моментов распределения величины  $Z_t$  можно найти с помощью разложения в ряд по степеням  $P$ . Обратные преобразования Лапласа дают после этого выражения для каждого из моментов в явном виде. При этом обычно (поскольку при достаточном большом  $\tau$  величина  $Z_t$  приближенно нормально распределена) можно ограничиться первыми двумя моментами (средним значением и дисперсией), дополненными ковариацией между  $Z_t$  и  $N_t$ .

С другой стороны, заранее предполагая, что распределение  $Z_t$  нормально, и обозначая среднее значение и дисперсию величины  $\omega$  соответственно  $\mu_{\omega}$  и  $\sigma_{\omega}^2$ , можно получить искомые моменты для распределения  $Z_t$  в элементарных терминах теории вероятностей.

Поскольку:

$$M(Z_t | N_t = \tau) = \tau \mu_{\omega}, \quad (31)$$

и:

$$D(Z_t | N_t = \tau) = \tau \sigma_{\omega}^2, \quad (32)$$

где:  $M$  – математическое ожидание, а  $D$  – дисперсия  $Z_t$ , то:

$$M(Z_t) = M(N_t) \mu_{\omega} = H(t) \mu_{\omega}, \quad (33)$$

$$D(Z_t) = H(t) \sigma_{\omega}^2 + DN(t) \mu_{\omega}^2, \quad (34)$$

$$C_{ov}(Z_t, N_t) = D(N_t) \mu_{\omega}, \quad (35)$$

где:  $C_{ov}(Z_t, N_t)$  ковариация (корреляционный момент) случайных величин  $Z_t, N_t$ .

Очевидно, что рассмотренные четыре варианта задач, решаемых теорией восстановления, позволяют формализовать и создать соответствующую математическую модель практически для любой из основных теорий старения, существующих в настоящее время.

Материалы настоящей статьи отражают содержание основополагающей работы по теории восстановления Д. Кокса и В. Смита [4].

Таким образом, нами впервые проведен подробный обзор тех применяемых в теории надежности математических моделей, которые имеют перспективу применения в прикладном эрозиоведении. Впервые же приведены сравнительный обзор и сопоставление явлений и процессов, лежащих в основе соответствующих технических и почвозащитных сооружений, разработанных и применяемых в прикладном эрозиоведении процессов, показано их неформальное взаимосоответствие, которое и обеспечивает аналогии сопоставляемых моделей. Анализ этих моделей позволяет придать им адекватное почвенно-эрозионное обоснование и обозначить рамки их применения в прикладном эрозиоведении.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. АГАЕВ Т.Б. Эрозиоведение и математическая статистика. М.: Изд-во «РОМА», 1999.
2. ИБАДЗАДЕ Ю.А., АГАЕВ Т.Б., ГАБИБОВ Ф.Г. Некоторые аспекты использования методов теории надежности технических систем в современном эрозиоведении // Вестник с/х науки. Баку, 1990, № 6.
3. ДЕЧ Г. Руководство к практическому применению преобразования Лапласа и z-преобразования. М.: «Наука», 1971.
4. КОКС Д., СМИТ В. Теория восстановления. М.: «Советское радио», 1967.

Агаев Тамерлан Балаевич,  
д.т.н., президент Международной академии экологии и природопользования (МНАЭП)

✉ 105064, г. Москва, ул. Казакова, д. 15, офис 25,  
тел.: +7 (499) 131-97-89